

Логические основы работы компьютеров

L/O/G/O

Логика, высказывания

Логика (др.греч. *λογικος*) – это наука о том, как правильно рассуждать, делать выводы, доказывать утверждения.

Формальная логика отвлекается от конкретного содержания, изучает только истинность и ложность высказываний.

Логическое высказывание – это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.



Аристотель
(384-322 до н.э.)

Высказывание или нет?

Сейчас идет дождь.

Жирафы летят на север.

История – интересный предмет.

У квадрата – 10 сторон и все разные.

Красиво!

В городе N живут 2 миллиона человек.

Который час?

Логика и компьютер

Двоичное кодирование – все виды информации кодируются с помощью 0 и 1.

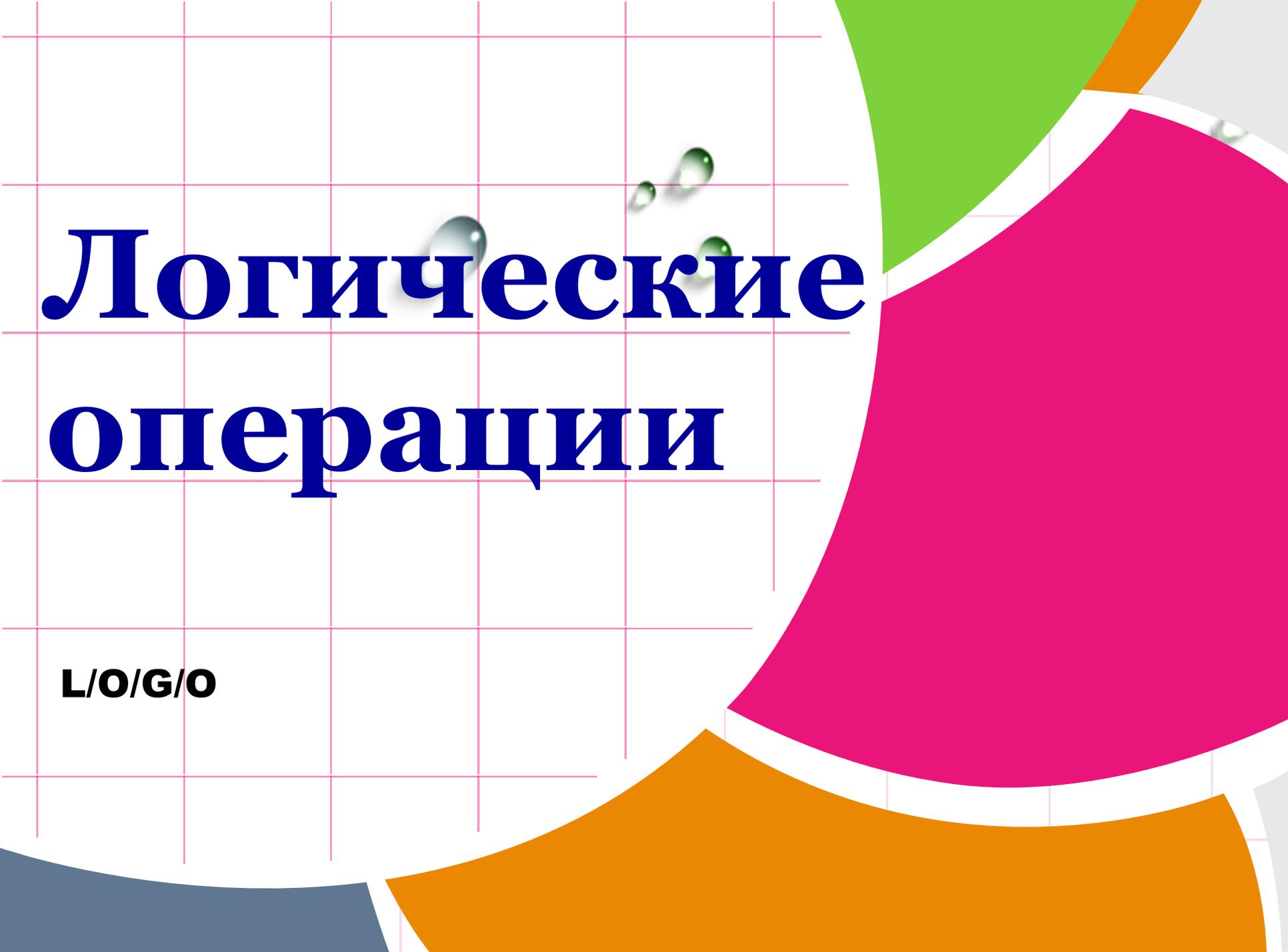
Задача – разработать оптимальные правила обработки таких данных.

Почему «логика»?

Результат выполнения операции можно представить как истинность (1) или ложность (0) некоторого высказывания.

Джордж Буль разработал основы алгебры, в которой используются только 0 и 1 (алгебра логики, булева алгебра).





Логические операции

L/O/G/O

Обозначение высказываний

A – Сейчас идет дождь

B – Форточка открыта

Составные высказывания строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

A и B

A или не B

если A, то B

A тогда и только тогда, когда B

Операция НЕ (инверсия)

Если высказывание **A** истинно, то «**не A**» ложно, и наоборот.

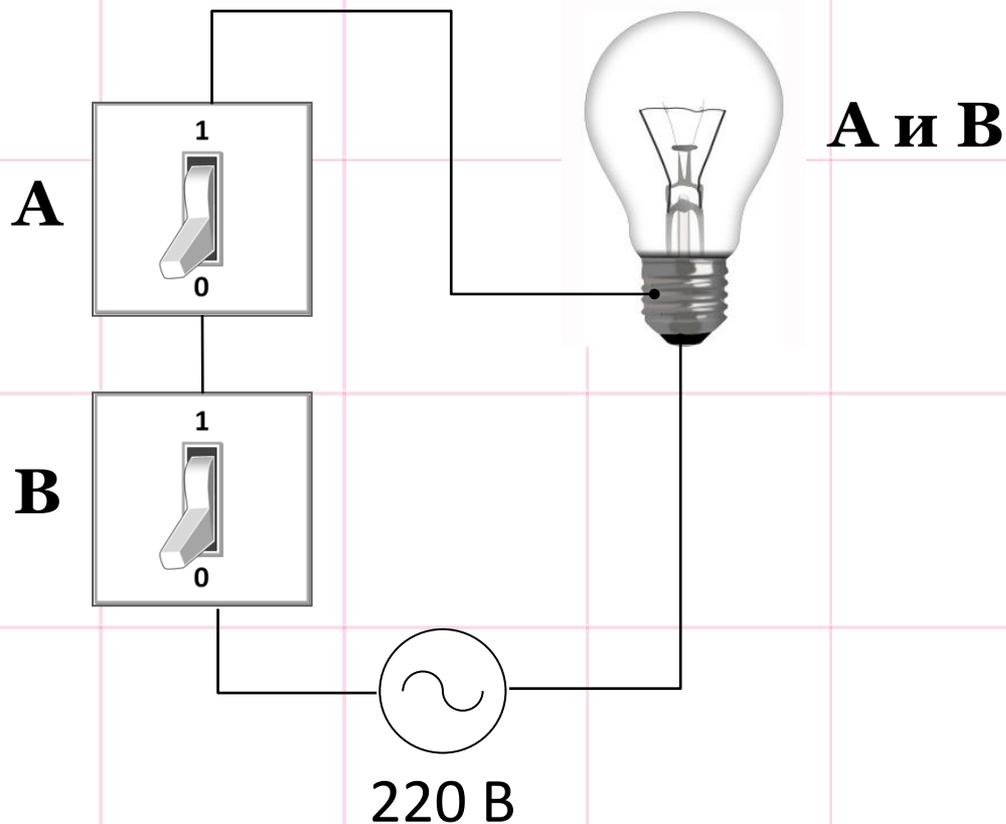
A	не A

Таблица истинности логического выражения X

– это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

Операция И

Высказывание «**А и В**» истинно тогда и только тогда, когда **А** и **В** истинны одновременно.



Операция И

(логическое умножение, конъюнкция)

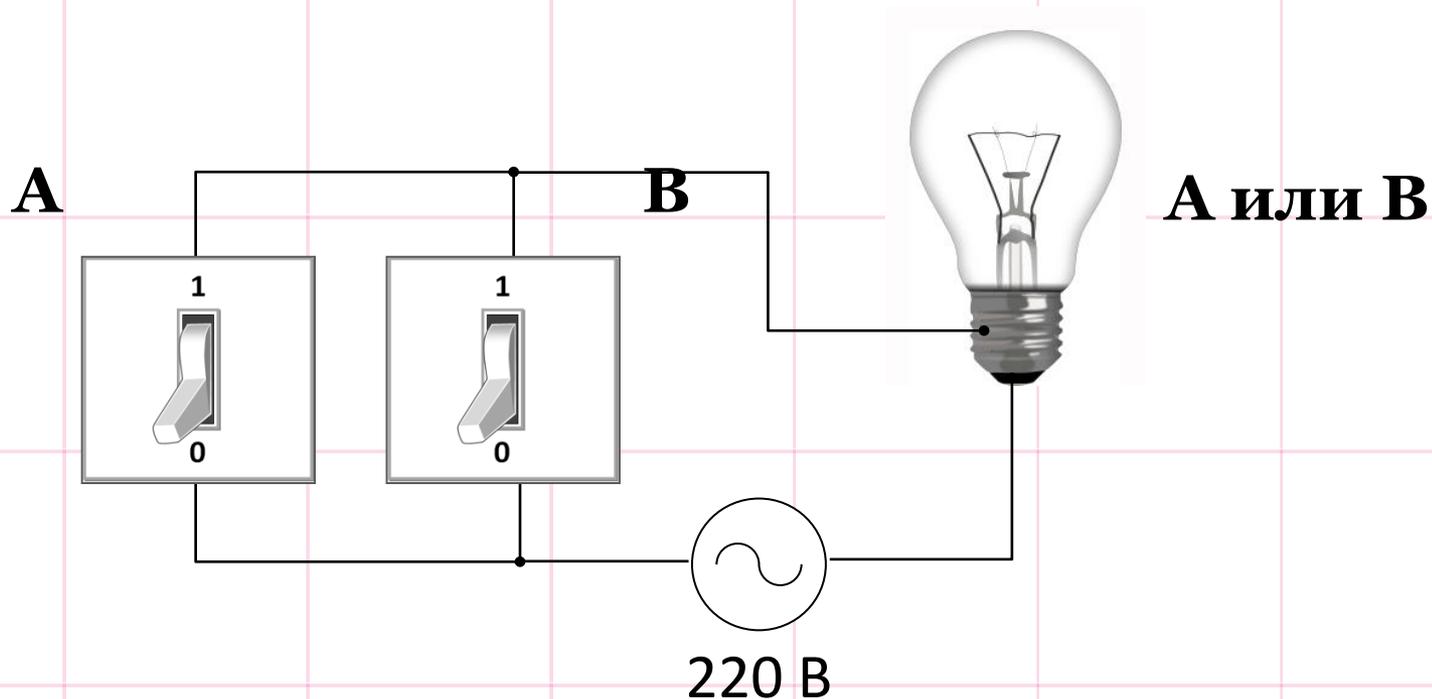
A	B	A и B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

КОНЪЮНКЦИЯ – от лат. *conjunctio* —
соединение

Операция ИЛИ

(логическое сложение, дизъюнкция)

Высказывание «**А или В**» истинно тогда, когда истинно **А** или **В**, или оба вместе.



Операция ИЛИ

(логическое сложение, дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

ДИЗЪЮНКЦИЯ – от лат. *disjunctio* –
разъединение

Задачи

*В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите номера запросов в порядке **возрастания** количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ |, а для логической операции «И» – &.*

- 1) **принтеры & сканеры & продажа**
- 2) **принтеры & продажа**
- 3) **принтеры | продажа**
- 4) **принтеры | сканеры | продажа**

Импликация («если ..., то ...»)

Высказывание « $A \rightarrow B$ » истинно, если не исключено, что из A следует B .

A – «Начальник говорит: «Иди работай»»

«Начальник говорит: «Делай, что хочешь»»

B – «Работник работает».

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

Эквивалентность («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

$$A \leftrightarrow B = \overline{A \oplus B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Базовый набор операций

С помощью операций **И**, **ИЛИ** и **НЕ** можно реализовать любую логическую операцию.

И

ИЛИ

НЕ

базовый набор операций

Формализация

Прибор имеет три датчика и может работать, если два из них исправны. Записать в виде формулы ситуацию «авария».

А – «Датчик № 1 неисправен»

В – «Датчик № 2 неисправен»

С – «Датчик № 3 неисправен»

Аварийный сигнал:

Х – «Неисправны два датчика»

Х – «Неисправны датчики № 1 и № 2» **или**

«Неисправны датчики № 1 и № 3» **или**

«Неисправны датчики № 2 и № 3»

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

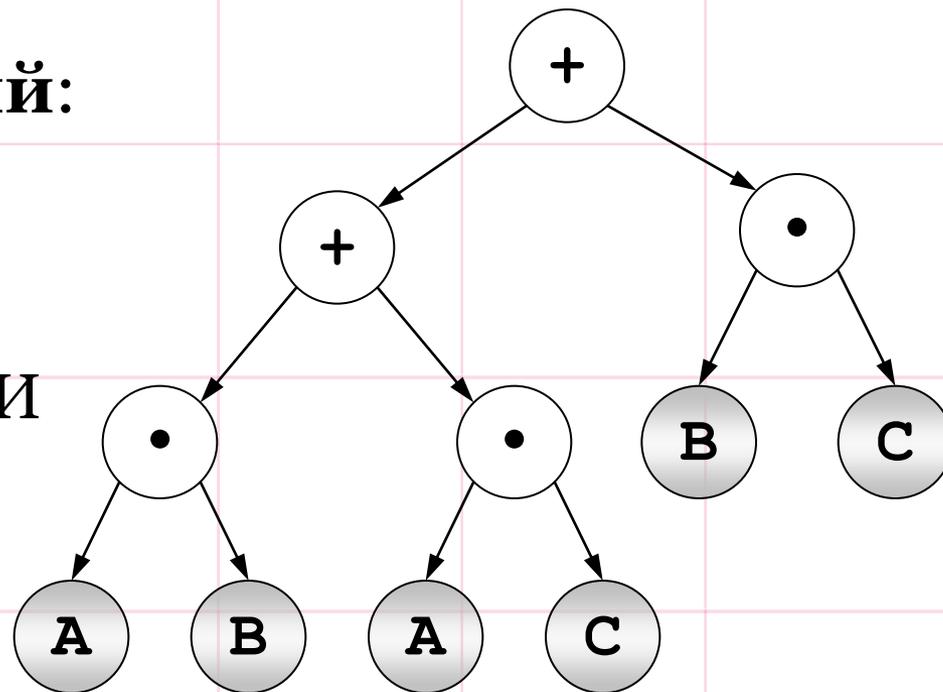
Вычисление логических выражений

1 4 2 5 3

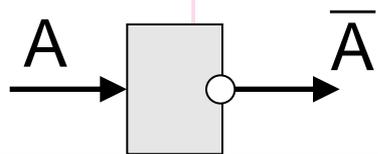
$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

Порядок вычислений:

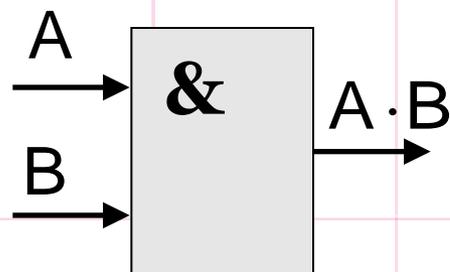
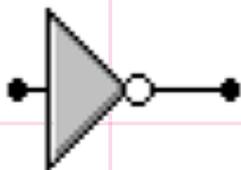
- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключаящее ИЛИ
- импликация
- эквивалентность



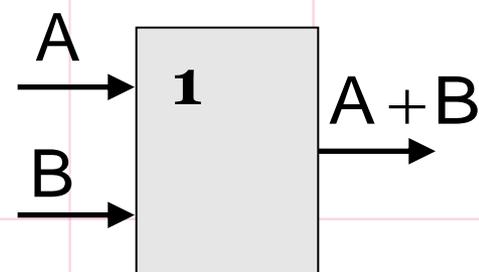
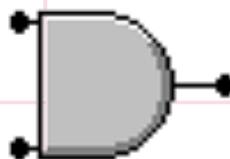
Логические элементы компьютера



НЕ



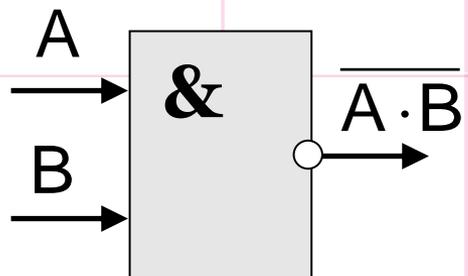
И



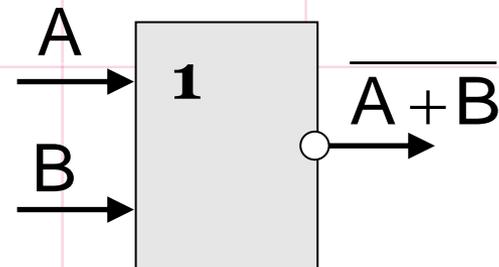
ИЛИ



Логические элементы компьютера



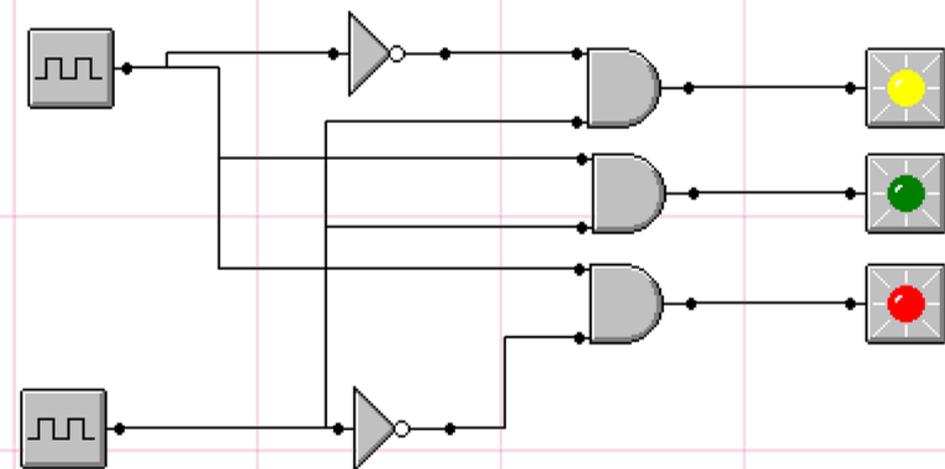
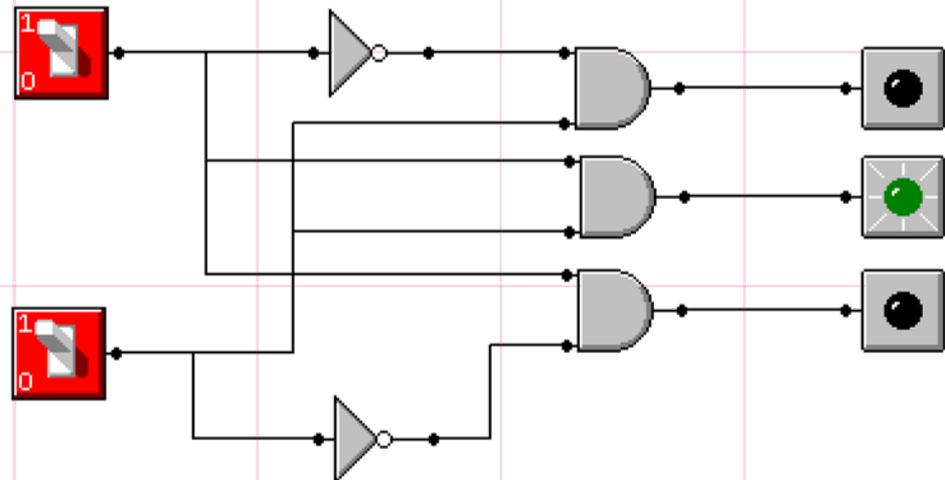
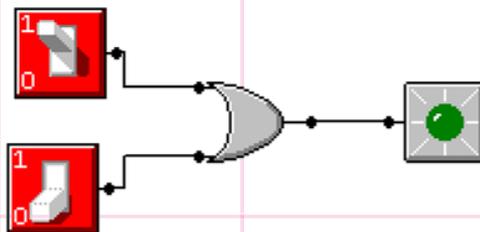
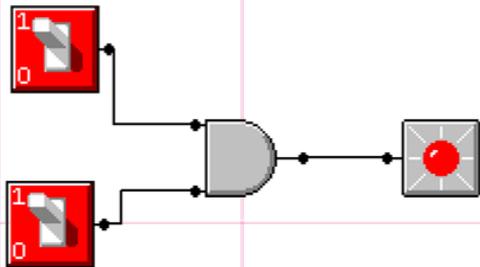
И-НЕ



ИЛИ-НЕ



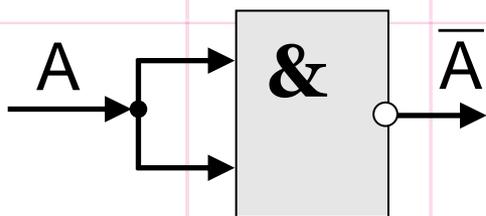
Среда моделирования Multimedia Logic



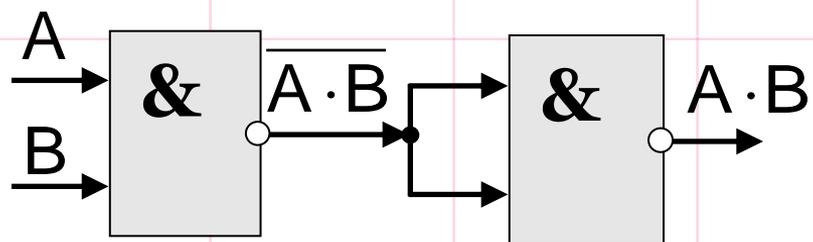
Логические элементы компьютера

Любое логическое выражение можно реализовать на элементах **И-НЕ** или **ИЛИ-НЕ**.

$$\text{НЕ: } \bar{A} = \bar{A} + \bar{A} = \overline{A \cdot A}$$

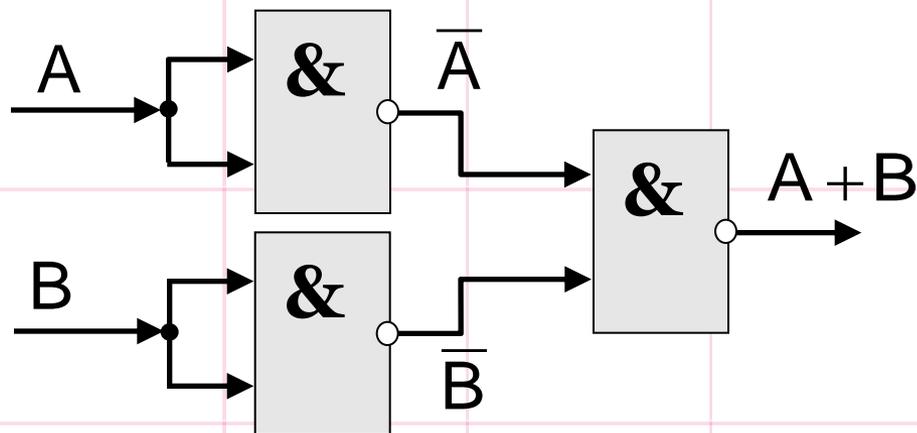


$$\text{И: } A \cdot B = \overline{\overline{A \cdot B}}$$



ИЛИ:

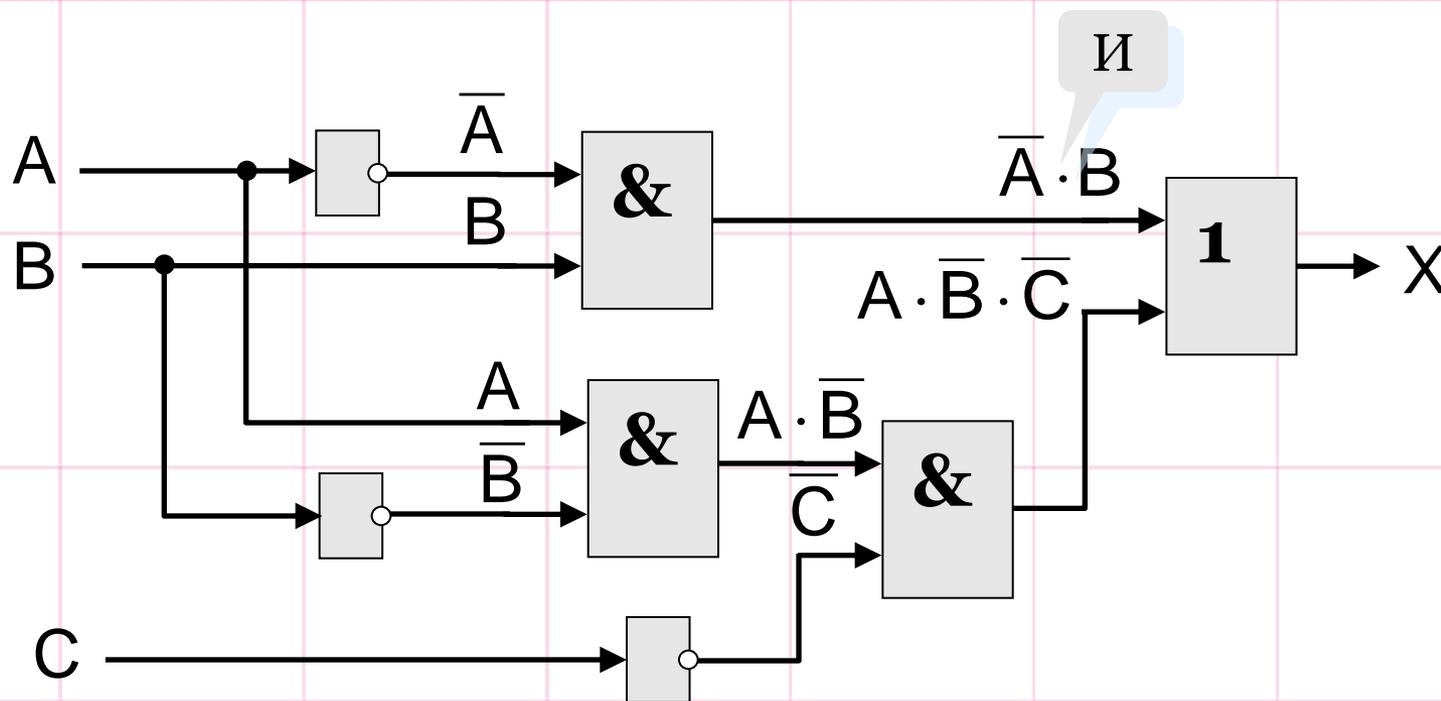
$$A + B = \overline{\overline{A \cdot B}}$$



Составление схем

последняя операция - ИЛИ

$$X = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$



Составление таблиц истинности

$$X = A \cdot B + \bar{A} \cdot B + \bar{B}$$

A	B	$A \cdot B$	$\bar{A} \cdot B$	\bar{B}	X

Логические выражения могут быть:

- **тождественно истинными** (всегда 1, тавтология)
- **тождественно ложными** (всегда 0, противоречие)
- **вычислимыми** (зависят от исходных данных)

Составление таблиц истинности

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

A	B	C	A·B	A·C	B·C	X