

Первая часть ДЗ посвящена разным средним:

Опишем величину средних через задачи, связанные с трапецией. Пусть дана трапеция с основаниями a и b .

Среднее арифметическое a и b равно длине средней линии

Среднее геометрическое чисел a и b равно длине отрезка, параллельного основаниям, заключенного между боковыми сторонами и разбивающего трапецию на две подобных друг другу трапеции.

(фигуры называются подобными, если их соответствующие углы равны, а сходственные стороны пропорциональны)

Среднее гармоническое чисел a и b равно длине отрезка, параллельного основаниям, заключенного между боковыми сторонами и проходящего через точку пересечения диагоналей трапеции.

Среднее _____ чисел a и b равно длине отрезка, параллельного основаниям, заключенного между боковыми сторонами и делящего трапецию на две равновеликих трапеции.

1. Запишите формулу, для вычисления каждого из четырех средних. Исходя из формулы для последнего среднего, придумайте для него название.
2. Расположите четыре средних величины в порядке возрастания.
3. Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды – 22 года. Во время матча один из игроков получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?
4. Даны 10 чисел: $a_1 < a_2 < \dots < a_{10}$. Сравните среднее арифметическое этих чисел со средним арифметическим первых шести чисел.
5. Определить отношение двух чисел, если отношение их среднего арифметического к среднему геометрическому равно $25 : 24$.
6. На доске в лаборатории написаны два числа. Каждый день старший научный сотрудник Петя стирает с доски оба числа и пишет вместо них их среднее арифметическое и среднее гармоническое. Утром первого дня на доске были написаны числа 1 и 2. Найдите произведение чисел, записанных на доске вечером 1999-го дня.

Следующая часть ДЗ посвящена обратным тригонометрическим функциям.

Вспомните теорию и решите задачи:

1. Функция $y = \arcsin x$ определена и монотонно возрастает на отрезке $[-1; 1]$;

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x; \quad E(\arcsin) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

2. Функция $y = \arccos x$ определена и монотонно убывает на отрезке $[-1; 1]$;

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x; \quad E(\arccos) = [0; \pi].$$

3. Функция $y = \operatorname{arctg} x$ определена и монотонно возрастает на $\mathbb{R}$;

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x; \quad E(\operatorname{arctg}) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

4. Функция $y = \operatorname{arcctg} x$ определена и монотонно убывает на $\mathbb{R}$;

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arctg} x; \quad E(\operatorname{arcctg}) = (0; \pi).$$

$$5. \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}; \quad \operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}.$$

1. $\arcsin(3x^2 - 4x - 1) = \arcsin(x + 1)$

2. $\arccos(4x^2 - 3x - 2) + \arccos(3x^2 - 8x - 4) = \pi$

3. При каких a уравнение $\arcsin(ax^2 - ax + 1) + \arcsin x = 0$ имеет одно решение?

4. Выведите формулы $\cos(\arcsin a); \sin(\arccos a); \operatorname{tg}(\arccos a); \sin(\operatorname{arcctg} a); \operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} a)$

5. $\arccos \frac{7x+5}{13} = \arcsin \frac{4x+1}{13}$

6. $\operatorname{arctg}(2 \sin x) = \operatorname{arcctg}(\cos x)$

7. При каких a система $\begin{cases} \operatorname{arcctg}(x - 2a) = \operatorname{arctg}(2x - a) \\ x^2 + a^2 = 1 \end{cases}$ не имеет решения?